

结合 Udwadia-Kalaba 控制理论的下肢外骨骼步态轨迹跟踪控制

肖志毅^{1,2}, 沙连森^{1,2}, 邹学坤², 黄锟^{1,2}, 李永斌^{1,2}, 刘斌^{1,2}

(1. 中国科学技术大学生物医学工程学院(苏州), 215000, 江苏苏州;

2. 中国科学院苏州生物医学工程技术研究所, 215000, 江苏苏州)

摘要: 针对现有轨迹跟踪控制方法较难兼顾控制精度与稳定性的问题,提出一种基于 Udwadia-Kalaba(U-K)控制理论的鲁棒控制方法。基于拉格朗日法建立机器人动力学模型,将动力学参数分为确定的名义部分与不确定部分;结合 U-K 理论与系统名义部分参数确定外骨骼机器人系统理想运动轨迹约束下的名义部分控制力矩;为消除机器人系统不确定部分的影响,引入鲁棒控制器,通过划分不确定性边界确定其应输出的额外控制力矩。仿真结果表明:相较于传统 PID 算法,基于 U-K 控制理论的鲁棒控制的外骨骼机器人髋关节、膝关节角度的轨迹跟踪控制精度分别提高了 76.4%和 96.8%。基于设计的下肢外骨骼机器人样机进行轨迹跟踪对比实验,实验结果表明:基于该方法的下肢外骨骼髋关节、膝关节角度的轨迹跟踪精度为 0.467° 和 0.114° ,相比作为对照的 PID 算法,分别提高了 82.6%和 86.8%,同时系统整体控制周期缩短了 56.6%,该控制方法具有更高的同步性、控制精度与稳定性。

关键词: 下肢外骨骼机器人;Udwadia-Kalaba 控制理论;鲁棒控制;轨迹跟踪控制

中图分类号: TP242.6 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202501014 **文章编号:** 0253-987X(2025)01-0148-11

Lower Limb Exoskeleton Gait Trajectory Tracking Control Based on Udwadia-Kalaba Control Theory

XIAO Zhiyi^{1,2}, SHA Liansen^{1,2}, ZOU Xuekun², HUANG Kun^{1,2}, LI Yongbin^{1,2}, LIU Bin^{1,2}

(1. School of Biomedical Engineering (Suzhou), University of Science and Technology of China, Suzhou, Jiangsu 215000, China;

2. Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology, Chinese Academy of Science, Suzhou, Jiangsu 215000, China)

Abstract: To address the challenge of balancing control precision and stability in existing trajectory tracking control methods, a robust control method based on Udwadia-Kalaba (U-K) control theory is introduced. Using the Lagrangian method, a dynamic model for robots is established, dividing dynamic parameters into a deterministic nominal part and an uncertain part. The nominal control torque under ideal motion trajectory constraints for the exoskeleton robot system is determined based on the U-K theory and the nominal parameters. A robust controller is introduced to mitigate the effects of uncertainty, with uncertainty boundaries defined to establish the necessary additional control torque. The simulation results indicate that, compared to traditional PID algorithms, the trajectory

收稿日期: 2024-06-25。 作者简介: 肖志毅(1998—),男,硕士生;刘斌(通信作者),男,研究员。 基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2020YFC2007402);苏州市基础研究试点资助项目(SJC2022011);江苏省科技计划资助项目(BE2021012-3)。

网络出版时间: 2024-10-21

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20241018.1131.002>

tracking accuracy of the hip and knee joint angles for the exoskeleton robot is enhanced by 76.4% and 96.8%, respectively, using the proposed U-K-based robust control method. The results from trajectory tracking comparative experiments using a prototype of the lower limb exoskeleton robot designed based on this method show that the trajectory tracking accuracy for the hip and knee joint angles are 0.467° and 0.1141° for the lower limb exoskeleton, indicating an 82.6% and 86.8% enhancement over the PID algorithm used as a control. Furthermore, the overall system control period is decreased by 56.6%. That control method exhibits enhanced synchronization, control precision and stability.

Keywords: lower limb exoskeleton robots; Udwadia-Kalaba theory; robust controller; trajectory tracking control

下肢外骨骼机器人在辅助患者行走、促进运动功能恢复与提升方面起着关键作用^[1-2]。作为一种典型的非线性时变系统,外骨骼机器人在实际应用中不可避免地受到系统内部不确定性因素的影响,这些因素常导致步态轨迹跟踪控制过程中出现精度降低和稳定性下降的问题^[3-4]。因此,开发适宜的轨迹跟踪控制方法以满足患者下肢步态康复训练的需求,已成为当前的研究热点^[5-6]。

近年来,针对下肢外骨骼机器人的控制方法研究取得了一定进展。牟如强等对滑模控制算法中的趋近律进行了创新性改进,显著提升了控制精度^[7]。然而,该系统在运行过程中仍存在抖振问题,且稳定性有所下降。赵子瑞等提出了一种基于深度确定性策略梯度的 PD 控制方法,通过实时分析系统误差来动态调整控制参数,实现步态轨迹的精确跟踪^[8]。然而,当系统受到未知干扰时,误差会增大,稳定性也会下降。邢文琪等将滑模控制与 PD 控制理论相结合,进一步提升系统控制精度^[9],尽管这一方法在一定程度上达成了目标,但高计算量导致系统响应速度减慢,限制了其在实际应用中的性能。Shi 等将模糊控制理论与 PID 控制相结合,构建了模糊 PID 控制策略,确保非线性系统信号的最终有界性^[10]。然而,面对复杂系统时,该方法的控制精度有所下降,且由于需要大量数据支持,其适用性受到限制。综上所述,现有下肢外骨骼机器人轨迹跟踪控制方法难以同时保证精度与稳定性。

Udwadia 和 Kalaba 提出的 Udwadia-Kalaba (U-K) 控制理论为轨迹跟踪控制提供了新思路^[11-12]。该理论通过引入伺服约束力控制,为构建被控系统运动方程提供了一种简洁而高效的途径。张佳乐基于 U-K 理论构建了自行车侧向扭矩模型,通过施加侧向约束力,精准地实现了自行车横滚角的轨迹跟踪控制,仿真实验验证了该方法的有效性和准确性^[13]。梁斌将 U-K 控制理论应用于四足机

器人的腿部轨迹跟踪控制,通过仿真实验验证了该方法的准确性和有效性^[14]。这些研究不仅展示了 U-K 控制理论在复杂系统控制中的适用性,也为下肢外骨骼机器人的轨迹跟踪控制提供了新的思路。然而,尽管 U-K 控制理论可以保证被控系统在理想条件下的轨迹跟踪精度,但在实际应用中仍面临一些挑战。系统的不确定性因素和外部干扰对轨迹跟踪控制产生负面影响^[15],导致系统难以同时保证准确性和稳定性。鲁棒控制理论在系统不确定性边界已知的情况下,能够有效保证系统的稳定性,并具有良好的抗干扰能力^[16]。因此,结合 U-K 控制理论与鲁棒控制策略,有望为下肢外骨骼机器人等复杂系统的轨迹跟踪控制提供更全面和稳定的解决方案。

基于上述分析,本研究提出一种基于 U-K 控制理论的鲁棒控制方法,以保证下肢外骨骼机器人在康复训练过程中步态轨迹跟踪的准确性和稳定性。通过 U-K 控制理论确定名义系统约束力以保证轨迹跟踪精度,并通过鲁棒控制理论提高系统稳定性。根据下肢外骨骼机器人动力学方程建立控制器,并通过 Simulink 进行仿真实验,与 PID 控制效果进行对比。最后,搭建实验平台,进行样机实验以进一步验证控制方法的有效性、准确性和稳定性。

1 基于 U-K 理论的系统约束力确定

基于 U-K 理论确定系统名义约束力的过程如下。设被控系统具有 n 个自由度,其动力学方程可表示为

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta},t)\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},t)\tag{1}$$

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta},t)\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 为正定惯性矩阵, $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},t)$ 是 $n\times 1$ 的广义约束力矢量,用于描述被控系统所受到的外力,系统的广义坐标用 $\boldsymbol{\theta}\in\mathbf{R}^n$ 表示, $\dot{\boldsymbol{\theta}}\in\mathbf{R}^n$ 为系统广义速度矢量, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}\in\mathbf{R}^n$ 为系统广义加速度矢量,可推导出被控系统在无约束情况下的加速度为

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},t)=\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta},t)\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},t)\tag{2}$$

被控系统所受的轨迹约束表达式为

$$\eta_i(\boldsymbol{\theta}, t) = 0, i = 1, 2, \dots, l \quad (3)$$

式中: l 为系统所受约束数。

被控系统受到的二阶轨迹约束表达式为

$$\mathbf{A}_{l \times n}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{b}_{l \times n}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) \quad (4)$$

将设定的轨迹约束施加到被控系统上, 更新后的动力学方程为

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}, t) \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) + \mathbf{F}^c(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{F}^c(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) = \mathbf{M}^{1/2}(\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1/2})^+ (\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{a}) \quad (6)$$

$(\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1/2})^+$ 为 $\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1/2}$ 的广义逆矩阵, 是 $\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1/2}$

的唯一 Moor-Penrose(MP) 广义逆矩阵^[17], $\mathbf{F}^c(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t)$ 为当被控系统受到设定的轨迹约束时, 为满足该约束被控系统需要额外施加的广义约束力, 即被控系统为实现精确的轨迹跟踪控制所需的约束力。

当被控系统受到伺服约束, 且该系统不存在不确定性因素时, 可根据式(6)确定被控系统满足约束条件的精确约束力, 该约束力同样满足式(5)。但实际情况下, 被控系统不可避免地存在不确定性因素, 例如可穿戴外骨骼系统中人体自身所具有的不确定性, 会对系统的精度与稳定性产生影响, 因此控制器设计过程中将额外引入鲁棒控制, 通过设定系统不确定性参数边界, 建立鲁棒控制器, 使其输出相应的力矩, 以降低不确定性因素对系统造成的影响。

2 基于 U-K 与鲁棒控制理论的机器人轨迹跟踪控制器设计

2.1 机器人动力学模型

本文以设计的下肢外骨骼机器人(左右各具有两自由度)为对象进行分析, 关节分别设置在下肢髋关节和膝关节位置, 机器人结构如图 1 所示, 采用直流无刷电机进行驱动。

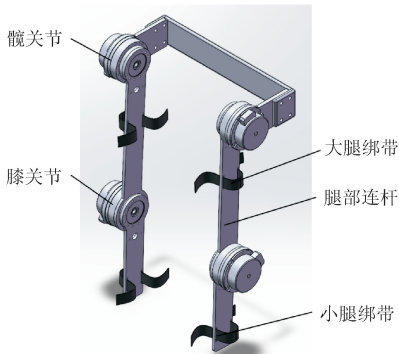


图 1 下肢外骨骼机器人结构

Fig. 1 Lower limb exoskeleton robot

鉴于行走过程具有周期性, 且双腿步态轨迹只存在相位差, 所以将下肢外骨骼机器人简化为如图

2 所示的二自由度运动链结构。设下肢外骨骼机器人大腿位置的杆件长度为 l_1 , 质量为 m_1 ; 小腿位置的杆件长度为 l_2 , 质量为 m_2 ; 膝关节处质量为 m_3 ; 小腿末端负载质量为 m_4 ; 大腿位置杆件与竖直方向的夹角为 θ_1 ; 小腿位置杆件相对大腿位置杆件的转角为 θ_2 ; 髋关节转动的角速度为 $\dot{\theta}_1$; 膝关节转动的角速度为 $\dot{\theta}_2$; 髋关节转动的角加速度为 $\ddot{\theta}_1$; 膝关节转动的角加速度为 $\ddot{\theta}_2$ 。

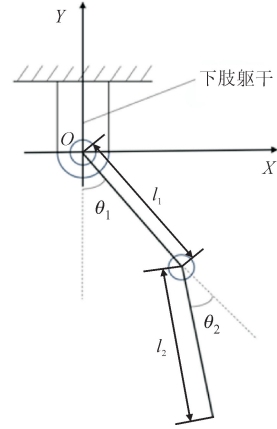


图 2 外骨骼机器人单侧简化模型

Fig. 2 Simplified model of exoskeleton robot

根据拉格朗日方程, 本文建立了二自由度下肢外骨骼机器人动力学模型, 以针对其进行步态轨迹跟踪控制。模型包括两杆件和两质点, 两杆件质量都均匀分布, 在计算系统动能时需要考虑转动惯量。大腿杆件与小腿杆件的转动惯量分别为

$$I_1 = \frac{1}{3} m_1 l_1^2 \quad (7)$$

$$I_2 = \frac{1}{12} m_2 l_2^2 \quad (8)$$

系统的总动能和总势能分别为

$$E_s = \sum_{i=1}^4 E_{s_i} = \frac{1}{6} ((l_2^2 (m_2 + 3m_4) + l_1^2 (m_1 + 3(m_2 + m_3 + m_4))) + 3l_1 l_2 (m_2 + 2m_4) \cos \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + l_2 (2l_2 (m_2 + 3m_4) + 3l_1 (m_2 + 2m_4) \cos \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + l_2^2 (m_2 + 3m_4) \dot{\theta}_2^2) \quad (9)$$

$$E_p = \sum_{i=1}^4 E_{p_i} = \frac{m_1 g l_1}{2} + m_2 g \left(l_1 + \frac{l_1}{2} \right) + m_3 g l_1 + m_4 g (l_1 + l_2) - \left(\frac{m_1 g l_1 \cos \theta_1}{2} + m_2 g \left(l_1 \cos \theta_1 + \frac{l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2)}{2} \right) + m_3 g l_1 \cos \theta_1 + m_4 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2)) \right) \quad (10)$$

式中: E_s 与 E_p 分别表示系统的动能与势能; E_{s_i} 表示系统第 i 部分动能; E_{p_i} 表示系统第 i 部分势能。

根据拉格朗日方程^[18]定义下肢外骨骼机器人系统动力学模型为

$$L = \sum_{i=1}^4 E_{s_i} - \sum_{i=1}^4 E_{p_i} \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \quad (12)$$

式中: L 表示拉格朗日函数; τ 表示关节力矩。整理得到下肢外骨骼机器人系统的动力学方程为

$$\mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \mathbf{G}(\theta) = \tau \quad (13)$$

式中: $\mathbf{M}(\theta)$ 为系统的惯性矩阵; $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ 为系统科氏力 / 离心力矩阵; $\mathbf{G}(\theta)$ 为重力矩阵; $\ddot{\theta}$ 为关节角加速度。以上参数的表达式如下

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{G}(\theta) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{其中 } M_{11} = \left(\frac{1}{3}m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \right) l_1^2 +$$

$$\left(\frac{1}{3}m_2 + m_4 \right) l_2^2 + (m_2 + 2m_4) l_1 l_2 \cos \theta_2$$

$$M_{12} = M_{21} = \left(\frac{1}{3}m_2 + m_4 \right) l_2^2 +$$

$$\frac{1}{2}(m_2 + 2m_4) l_1 l_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2}(m_2 + 2m_4) l_1 l_2 \cos \theta_2$$

$$M_{22} = \left(\frac{1}{3}m_2 + m_4 \right) l_2^2$$

$$H_{11} = - \left(\frac{1}{2}m_2 + m_4 \right) l_1 l_2 (\sin \theta_2) \dot{\theta}_2^2 -$$

$$(m_2 + 2m_4) l_1 l_2 (\sin \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

$$H_{21} = \left(\frac{1}{2}m_2 + m_4 \right) l_1 l_2 (\sin \theta_2) \dot{\theta}_1^2$$

$$G_{11} = \left(\frac{1}{2}m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \right) g l_1 \sin \theta_1 +$$

$$\left(\frac{1}{2}m_2 + m_4 \right) g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$G_{21} = \left(\frac{1}{2}m_2 + m_4 \right) g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

2.2 轨迹跟踪控制器设计

设被控系统约束方程的一阶、二阶导数表达

式为

$$\mathbf{A}_{m \times n}(\theta, t) \dot{\theta} = \mathbf{c}_{m \times n}(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_{m \times n}(\theta, t) \ddot{\theta} = \mathbf{b}_{m \times n}(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (20)$$

矩阵 $\mathbf{A}$ 的行数和列数分别为 m 和 n , 对于任意 $\theta \in \mathbf{R}^n$, $t \in \mathbf{R}$, $\mathbf{A}_{m \times n}(\theta, t)$ 满秩, $\mathbf{A}_{m \times n}(\theta, t)$ 和 $\mathbf{A}_{m \times n}^T(\theta, t)$ 互逆。

基于式(13)下肢外骨骼动力学模型中确定参数与不确定参数进行分离

$$\mathbf{M}(\theta, \sigma, t) = \bar{\mathbf{M}}(\theta, t) + \Delta \mathbf{M}(\theta, \sigma, t) \quad (21)$$

$$\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}, \sigma, t) = \bar{\mathbf{C}}(\theta, \dot{\theta}, t) + \Delta \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}, \sigma, t) \quad (22)$$

$$\mathbf{G}(\theta, \sigma, t) = \bar{\mathbf{G}}(\theta, t) + \Delta \mathbf{G}(\theta, \sigma, t) \quad (23)$$

控制系统的名义部分为 $\bar{\mathbf{M}}(\cdot)$ 、 $\bar{\mathbf{C}}(\cdot)$ 、 $\bar{\mathbf{G}}(\cdot)$, 该部分用于构建名义系统, 不确定部分为 $\mathbf{M}(\cdot)$ 、 $\Delta \mathbf{C}(\cdot)$ 、 $\Delta \mathbf{G}(\cdot)$, 构建不确定系统, σ 是参数中不确定因素的统一表达, 为便于后续表达与计算, 将下列参数表示为

$$\mathbf{D}(\theta, t) = \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\theta, t) \quad (24)$$

$$\Delta \mathbf{D}(\theta, \sigma, t) = \mathbf{M}^{-1}(\theta, \sigma, t) - \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\theta, t) \quad (25)$$

$$\mathbf{E}(\theta, \sigma, t) = \bar{\mathbf{M}}(\theta, \sigma, t) \mathbf{M}^{-1}(\theta, \sigma, t) - \mathbf{I} \quad (26)$$

$$\Delta \mathbf{D}(\theta, \sigma, t) = \mathbf{D}(\theta, t) \mathbf{E}(\theta, \sigma, t) \quad (27)$$

根据的 U-K 理论结合控制系统名义参数, 确定出控制器应输出的名义力矩表达式为

$$\begin{aligned} & \mathbf{p}_1(\theta, \dot{\theta}, t) \bar{\mathbf{M}}^{1/2}(\theta, t) [\mathbf{A}(\theta, t) \bar{\mathbf{M}}^{-1/2}]^+ \cdot \\ & \{ \mathbf{b}(\theta, \dot{\theta}, t) + \mathbf{A}(\theta, t) \bar{\mathbf{M}}^{-1} [\bar{\mathbf{C}}(\theta, \dot{\theta}, t) \dot{\theta} + \bar{\mathbf{G}}(\theta, t)] \} \end{aligned} \quad (28)$$

在控制器中添加 $\mathbf{p}_2$, 用以处理被控系统在运行过程中产生的轨迹跟踪误差, 提高控制器控制精度。

$$\mathbf{p}_2(\theta, \dot{\theta}, t) = -\frac{1}{2} f \bar{\mathbf{M}}(\theta, t) \mathbf{A}^T(\theta, t) \mathbf{P} \mathbf{p}(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (29)$$

$$\mathbf{p}(\theta, \dot{\theta}, t) = \mathbf{A}(\theta, t) \dot{\theta} - \mathbf{c}(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (30)$$

$\mathbf{p}_1$ 、 $\mathbf{p}_2$ 两个控制项均使用系统的名义参数作为控制参数, f 为标量, 是控制器的比例参数, 矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 同时矩阵元素 $P_{ij} \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$ 。

为消除不确定因素对控制系统造成的影响, 提高系统稳定性, 本文采用鲁棒控制理论为控制器添加额外控制力矩^[19-20], 并提出以下条件。

定义矩阵 $\boldsymbol{\psi}(\theta, t)$

$$\boldsymbol{\psi}(\theta, t) \triangleq \mathbf{P} \mathbf{A}(\theta, t) \mathbf{D}(\theta, t) \mathbf{D}(\theta, t) \mathbf{A}^T(\theta, t) \mathbf{P} \quad (31)$$

该矩阵满足

$$\inf_{\theta \in \mathbf{R}^n, t \in \mathbf{R}} \lambda_m[\boldsymbol{\psi}(\theta, t)] > 0 \quad (32)$$

式中 λ_m 为矩阵的最小特征值。

针对矩阵 $E(\theta, \sigma, t)$, 定义变量 ρ_E , 表示系统不确定性达到边界时所对应的极限值, 且 $\rho_E > 1$, 由式(26)可知, 所有的 $\theta \in \mathbf{R}^n$, $t \in \mathbf{R}$ 均满足下式

$$\frac{1}{2} \min_{\sigma \in \Sigma} \lambda_m [E(\theta, \sigma, t) + E^T(\theta, \sigma, t)] \geq \rho_E \quad (33)$$

当系统无不确定因素, 即当 σ 恒等于 0 时, $\rho_E \equiv 0$ 。

为了限定被控系统不确定因素边界, 设计函数 $\rho(\theta, \dot{\theta}, t)$, 其中 $\theta \in \mathbf{R}^n$, $\dot{\theta} \in \mathbf{R}^n$, $t \in \mathbf{R}$, 且该函数满足下式

$$\rho(\theta, \dot{\theta}, t) \geq \max \|PA\Delta D(-C\dot{\theta}(t) - G + p_1 + p_2) + PAD(-\Delta C\dot{\theta}(t) - \Delta G)\| \quad (34)$$

式中: ΔG 表示重力矩阵与名义重力矩阵的差值, 即为重力矩阵的不确定参数部分。

基于上述分析及条件建立用以处理被控系统不确定因素的控制项

$$p_3(\theta, \dot{\theta}, t) = -\gamma(\theta, \dot{\theta}, t)\mu(\theta, \dot{\theta}, t)\rho(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (35)$$

根据鲁棒控制理论, 为了便于计算, 定义 $\mu(\cdot)$ 、 $\bar{\mu}(\cdot)$ 、 $\eta(\cdot)$ 为中间数量, $\gamma(\cdot)$ 为调节系数, 以表示系

统在不确定性因素影响下的调节作用, 表达式如下

$$\gamma(\theta, \dot{\theta}, t) = \begin{cases} \frac{(1 + \rho_E)^{-1}}{\|\bar{\mu}(\theta, \dot{\theta}, t)\| \|\mu(\theta, \dot{\theta}, t)\|}, & \|\mu(\theta, \dot{\theta}, t)\| > \epsilon \\ \frac{(1 + \rho_E)^{-1}}{\|\bar{\mu}(\theta, \dot{\theta}, t)\|^2}, & \|\mu(\theta, \dot{\theta}, t)\| \leq \epsilon \end{cases} \quad (36)$$

$$\mu(\theta, \dot{\theta}, t) = \eta(\theta, \dot{\theta}, t)\rho(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (37)$$

$$\eta(\theta, \dot{\theta}, t) = \bar{\mu}(\theta, \dot{\theta}, t)\beta(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (38)$$

$$\bar{\mu}(\theta, \dot{\theta}, t) = \bar{M}(\theta, t)A^T(\theta, t)P \quad (39)$$

式中: p_3 用于降低不确定性因素的影响, ϵ 用于调控控制项对系统不确定性因素输出控制力矩的灵敏程度, 通过对参数 $\rho(\cdot)$ 的调节, 实现控制项 p_3 对不确定性因素边界不同做出调整的目的。

根据以上分析建立基于 U-K 控制理论的鲁棒控制器为

$$\tau(t) = p_1(\theta(t), \dot{\theta}(t), t) + p_2(\theta(t), \dot{\theta}(t), t) + p_3(\theta(t), \dot{\theta}(t), t) \quad (40)$$

基于 U-K 理论的鲁棒控制框图如图 3 所示。

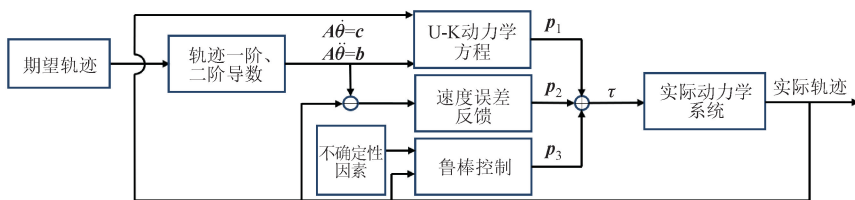


图 3 基于 U-K 理论的鲁棒控制框图

Fig. 3 Robust control block diagram based on U-K theory

2.3 稳定性分析

选取合法的 Lyapunov 函数^[21], 以证明被控制系统的稳定性, 所选函数为

$$V(\beta) = \beta^T P \beta \quad (41)$$

对 Lyapunov 函数两侧沿被控系统时间求导得到

$$\dot{V} = 2\beta^T P \{A[M^{-1}(-C\dot{\theta} - G) + M^{-1}(p_1 + p_2 + p_3)] - b\} \quad (42)$$

将式(42)代入式(24)~式(27)可知

$$\begin{aligned} 2\beta^T P \{A[M^{-1}(-C\dot{\theta} - G) + M^{-1}(p_1 + p_2 + p_3)] - b\} &= 2\beta^T PA[D(-C\dot{\theta} - \bar{G}) + \\ &D(p_1 + p_2) + D(-\Delta C\dot{\theta} - \Delta G) + \\ &\Delta D(-C\dot{\theta} - G + p_1 + p_2) + (D + \Delta D)p_3] - b \end{aligned} \quad (43)$$

将式(28)代入式(43)中, 得到

$$A[D(-C\dot{\theta} - \bar{G}) + Dp_1] - b = 0 \quad (44)$$

将式(34)代入式(43)中, 得到

$$\begin{aligned} 2\beta^T PA[\Delta D(-C\dot{\theta} - G + p_1 + p_2) + \\ D(-\Delta C\dot{\theta} - \Delta G)] &\leq \\ 2\|\beta\| \|PA[\Delta D(-C\dot{\theta} - G + p_1 + p_2) + \\ D(-\Delta C\dot{\theta} - \Delta G)]\| &\leq 2\|\beta\| \rho \end{aligned} \quad (45)$$

将式(29)代入式(43)中, 得到

$$2\beta^T PADp_2 = 2\beta^T PAD[-f\bar{M}^{-1}A^T P\beta] = -2f\|\eta\|^2 \quad (46)$$

将式(35)与式(27)代入式(43)中, 得到

$$\begin{aligned} 2\beta^T PA(D + \Delta D)p_3 &= -2\beta^T PA(D + DE)\gamma\mu\rho = \\ 2(DAP\beta\rho)^T(I + E)(-\gamma\mu) &= \\ -2\gamma\mu^T\mu - 2\gamma\mu^TE\mu &\leq \\ -2\gamma\|\mu\|^2 - 2\gamma\lambda_m(E + E^T)\|\mu\|^2 &\leq \\ -2\gamma(1 + \rho_E)\|\mu\|^2 \end{aligned} \quad (47)$$

当 $\|\mu\| > \epsilon$, 由式(47)可得

$$-2\gamma(1 + \rho_E)\|\mu\|^2 = -2\|\beta\|\rho \quad (48)$$

根据式(44)~式(48),式(42)可推导得到

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -2f \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + 2\|\boldsymbol{\beta}\|\rho - 2\|\boldsymbol{\beta}\|\rho = -2f \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \quad (49)$$

当 $\|\boldsymbol{\mu}\| < \epsilon$, 由式(47)可得

$$-2\gamma(1 + \rho_E) \|\boldsymbol{\mu}\|^2 = -2\|\boldsymbol{\beta}\|^2 \rho^2 / \epsilon \quad (50)$$

由式(42)推导可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} \leq & -2f \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + 2\|\boldsymbol{\beta}\|\rho - \frac{2\|\boldsymbol{\beta}\|^2 \rho^2}{\epsilon} = \\ & -2f \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \frac{\epsilon}{2} \end{aligned} \quad (51)$$

将上述两式合并可以得到

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -2f \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \frac{\epsilon}{2} \quad (52)$$

根据 Rayleigh 原理可得

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\eta}\|^2 &= \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\beta}^T \text{PADD} \boldsymbol{\beta} \geq \\ &\lambda_m(\text{PADD}^T \text{P}) \|\boldsymbol{\beta}\|^2 \geq \lambda \|\boldsymbol{\beta}\|^2 \end{aligned} \quad (53)$$

可知

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -2f\lambda \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \frac{\epsilon}{2} \quad (54)$$

式中: λ 为矩阵最小特征值的下确界。根据实用稳定性定理^[21], 结合式(51)~式(54), 可以证明被控系统一致有界

$$d(r) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda_m(\mathbf{P})}{\lambda_m(\mathbf{P})}} R, & r \leq R \\ \sqrt{\frac{\lambda_m(\mathbf{P})}{\lambda_m(\mathbf{P})}} r, & r > R \end{cases} \quad (55)$$

$$R = \sqrt{\frac{\epsilon}{4f\lambda}} \quad (56)$$

式中: λ_m 为最大特征值, 被控系统具有一致最终有界性, $\bar{d}$ 、 $\underline{d}$ 分别为距离函数 $d(r)$ 的上界和下界

$$\bar{d} > \underline{d} = \sqrt{\frac{\lambda_m(\mathbf{P})}{\lambda_m(\mathbf{P})}} R \quad (57)$$

$$T(\bar{d}, r) = \begin{cases} 0, & r \leq \bar{d} \sqrt{\lambda_m(\mathbf{P}) / \lambda_m(\mathbf{P})} \\ \frac{\lambda_m(\mathbf{P}) r^2 - (\lambda_m^2(\mathbf{P}) / \lambda_m(\mathbf{P})) \bar{d}^2}{2f\lambda \bar{d}^2 [\lambda_m(\mathbf{P}) / \lambda_m(\mathbf{P})] - (\epsilon/2)}, & r > \bar{d} \sqrt{\lambda_m(\mathbf{P}) / \lambda_m(\mathbf{P})} \end{cases} \quad (58)$$

3 仿真实验及分析

3.1 步态数据获取及处理

步态数据来源于生物力学与人体运动控制相关研究^[22], 包括髋关节与膝关节运动时的关节角度数据, 使用 Matlab 提取关节角度数据并进行拟合, 获得步态数据拟合函数作为下肢外骨骼机器人控制过程中的期望关节轨迹。由于步态轨迹具有周期性,

且行走过程中, 双腿各关节运动轨迹之间相位差约为半个周期, 所以只需要对下肢单侧的步态数据进行拟合, 控制系统也只需将单侧步态数据曲线作为期望轨迹来实现控制, 根据髋关节、膝关节步态数据分别拟合髋关节期望轨迹 θ_h 和膝关节期望轨迹 θ_k

$$\begin{aligned} \theta_h = & 7.675 - 9.765 \cos(6.364t) - \\ & 17.71 \sin(6.364t) + 3.767 \cos(12.728t) - \\ & 0.872 \sin(12.728t) - 1.189 \cos(19.092t) + \\ & 0.656 \sin(19.092t) - 0.0208 \cos(25.456t) - \\ & 0.1717 \sin(25.456t) \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \theta_k = & 16.96 - 2.246 \cos(6.364t) + 21.97 \sin(6.364t) - \\ & 16.09 \cos(12.728t) - 1.274 \sin(12.728t) + \\ & 2.237 \cos(19.092t) - 2.113 \sin(19.092t) - \\ & 1.224 \cos(25.456t) - 0.3647 \sin(25.456t) \end{aligned} \quad (60)$$

为满足不同人群对步态数据轨迹的不同使用要求^[23], 以便对步态数据拟合函数进行调整, 需要对 θ_h 、 θ_k 作如下参数化处理, 得到髋关节、膝关节修正轨迹 θ_{h1} 、 θ_{k1}

$$\theta_{h1} = A_1 \theta_h(Tt) + B_1 \quad (61)$$

$$\theta_{k1} = A_2 \theta_k(Tt) + B_2 \quad (62)$$

式中: A_1 、 A_2 用于调节关节角度变化幅值; B_1 、 B_2 用于调节关节角度偏移量; T 用于调节关节角度变化周期。

3.2 步态轨迹跟踪控制仿真实验及结果分析

将基于 U-K 控制理论的鲁棒控制应用于下肢外骨骼机器人的步态轨迹跟踪控制实验, 由于 PID 控制在外骨骼轨迹跟踪控制中应用广泛^[24], 所以本实验将与传统的 PID 控制进行对比, 以此验证控制方法的准确性与稳定性。采用 Matlab/Simulink 搭建仿真模型, 基于 θ_h 、 θ_k 进行仿真实验。由于步态数据拟合函数具有周期性, 因此以髋关节、膝关节运动的前 4 个周期轨迹作为期望轨迹。

以外骨骼实物尺寸及质量作为仿真系统的参数, $l_1 = 0.45 \text{ m}$, $m_1 = 0.32 \text{ kg}$, $l_2 = 0.2 \text{ m}$, $m_2 = 0.1 \text{ kg}$, $m_3 = 1.35 \text{ kg}$, $m_4 = 0.6 \text{ kg}$, 重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, 各关节初始角速度及角加速度均为 0。

本实验的运动轨迹参数为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_h \\ \dot{\theta}_k \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_h \\ \ddot{\theta}_k \end{bmatrix} \quad (65)$$

控制参数选择为 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $f = 50$ 、 $\rho_E = -0.01$ 、 $\rho(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, t) = 50$ 、 $\epsilon = 0.001$ 。

下肢外骨骼机器人系统的质量、速度、科氏力等参数包含不确定部分^[25],根据实验过程中测得的不确定部分的变化范围确定其边界。同时,由于关节电机运动具备周期性,不确定部分的变化也有周期性,因此,结合获得的不确定部分变化边界,设定系统所受不确定部分的惯性矩阵 $\Delta \mathbf{M}$ 、科氏力矩阵 $\Delta \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 与重力矩阵 $\Delta \mathbf{G}$ 分别为

$$\Delta \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.001\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) & 0.005\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ 0.002\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) & 0.001\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$\Delta \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} 0.002\sin(t) \\ -0.001\sin(\pi t) \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\Delta \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.02\sin(t) \\ -0.015\sin(\pi t) \end{bmatrix} \quad (68)$$

通过多次实验调试结果并结合 PID 控制原理^[26],将 PID 控制器的参数设置为 $\mathbf{K}_p = \text{diag}[400 \ 400]$, $\mathbf{K}_i = \text{diag}[10 \ 200]$, $\mathbf{K}_d = \text{diag}[400 \ 400]$,采用基于 U-K 理论的鲁棒控制器和 PID 控制器对下肢外骨骼机器人系统进行仿真实验,获取仿真实验数据,并将仿真数据与期望轨迹进行对比得到仿真误差,结果如图 4、图 5 所示。

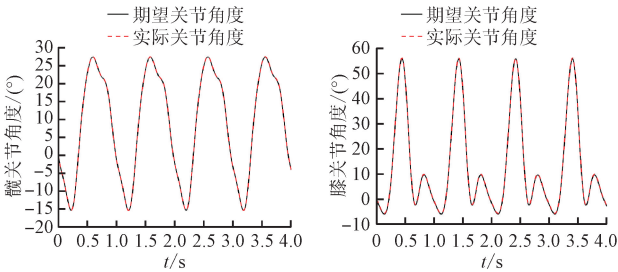
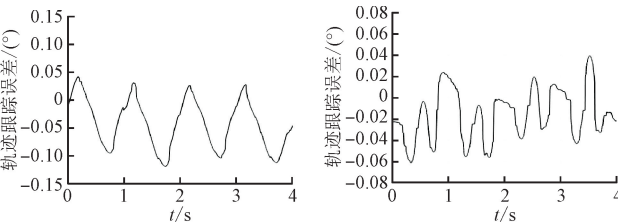
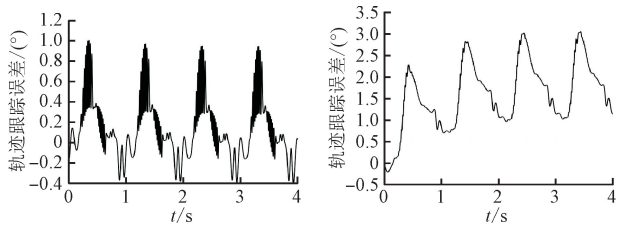


图 4 基于 U-K 控制理论的鲁棒控制下的轨迹跟踪仿真曲线

Fig. 4 Simulation curves of trajectory tracking under robust control based on U-K control theory



(a) 基于本文方法的髋关节角度 (b) 基于本文方法的膝关节角度

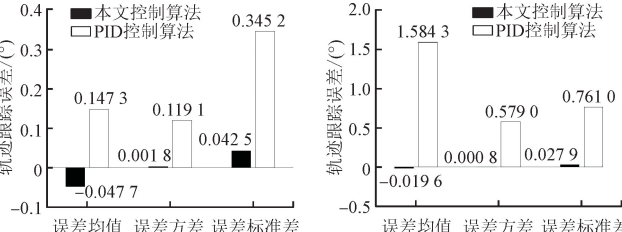


(c) 基于 PID 控制的髋关节角度 (d) 基于 PID 控制的膝关节角度

图 5 基于本文方法与 PID 控制的髋关节与膝关节角度的轨迹跟踪误差对比结果

Fig. 5 Comparison of trajectory tracking errors for the hip and knee joint angles based on the proposed method and PID control

通过对实验结果分析可得,PID 控制下的髋关节跟踪误差范围为 $-0.4^{\circ} \sim 1.0^{\circ}$,且误差曲线存在明显的抖动,基于 U-K 方程的鲁棒控制下的髋关节跟踪误差范围为 $-0.115^{\circ} \sim 0.100^{\circ}$,较 PID 控制减小了 76.4%。PID 控制下的膝关节跟踪误差范围为 $-0.15^{\circ} \sim 3.00^{\circ}$,基于 U-K 方程的鲁棒控制下的膝关节跟踪误差范围为 $-0.06^{\circ} \sim 0.04^{\circ}$,较 PID 控制减小了 96.8%。基于 U-K 方程的鲁棒控制的跟踪误差范围与峰值均小于 PID 控制,且误差变化更加稳定,其误差曲线与 PID 控制相比没有明显的偏移,证明基于 U-K 方程的鲁棒控制具有更高的控制精度与稳定性。将两种控制模式下的轨迹跟踪误差进行统计学分析,误差分析结果如图 6 所示。



(a) 髋关节角度 (b) 膝关节角度

图 6 基于本文方法与 PID 控制的仿真实验髋关节与膝关节角度的轨迹跟踪误差分析结果

Fig. 6 Analysis of trajectory tracking errors for hip and knee joint angles based on the proposed method and PID control in simulation experiments

由图 6 可知,在系统参数及约束条件相同的情况下,基于 U-K 方程的鲁棒控制的下肢外骨骼机器人轨迹跟踪精度分别为 0.0477° 与 0.0196° ,相比基于 PID 控制的 0.1473° 与 1.5840° ,分别提高了 67.62% 和 98.76%。本文方法的误差标准差分别为 0.0425° 和 0.0279° ,误差方差分别为 0.0018° 与 0.0008° ;PID 控制的误差标准差分别为 0.3452°

和 $0.761\ 0^{\circ}$, 误差方差分别为 $0.119\ 1^{\circ}$ 与 $0.579\ 0^{\circ}$, 基于本文方法的步态轨迹跟踪控制具有更高的稳定性。综上所述, 基于 U-K 方程的鲁棒控制与传统的 PID 控制相比, 具有更高的准确性与稳定性。

4 下肢外骨骼机器人步态轨迹跟踪控制样机实验

为进一步验证基于 U-K 方程的鲁棒控制方法的可行性、准确性与稳定性, 搭建下肢外骨骼机器人样机及实验平台, 如图 7 所示。基于 STM32F429 开发板设计算法实现下肢外骨骼机器人的轨迹跟踪控制, 实验平台主要包括上位机、STM32F429 开发

板、电机驱动器、关节电机、编码器、下肢外骨骼机器人样机、电源模块。

本实验为人体穿戴实验, 以外骨骼实物与人体腿部尺寸及质量计算系统动力学方程, 并根据穿戴后各部分参数不确定的范围设定系统所受的不确定性因素, 搭建基于 U-K 控制理论的鲁棒控制器。考虑实际康复训练过程中, 过快的步速可能会对患者造成伤害, 因此实物验证中, 通过上述步态数据拟合函数内的周期调整参数 T 进行调节, 将函数周期放大 5 倍, 即 $4.93\ \text{s}$, 实验记录 4 周期内轨迹跟踪情况, 并编写 PID 控制程序, 与基于 U-K 控制理论的鲁棒控制进行对比, 实验结果如图 8、图 9 所示。

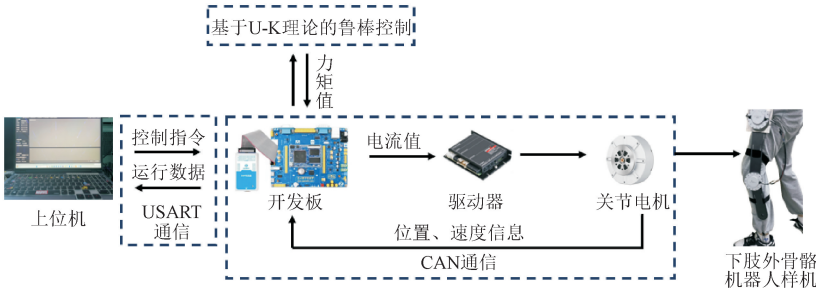


图 7 下肢外骨骼机器人实验平台

Fig. 7 Experimental platform for lower limb exoskeleton robot

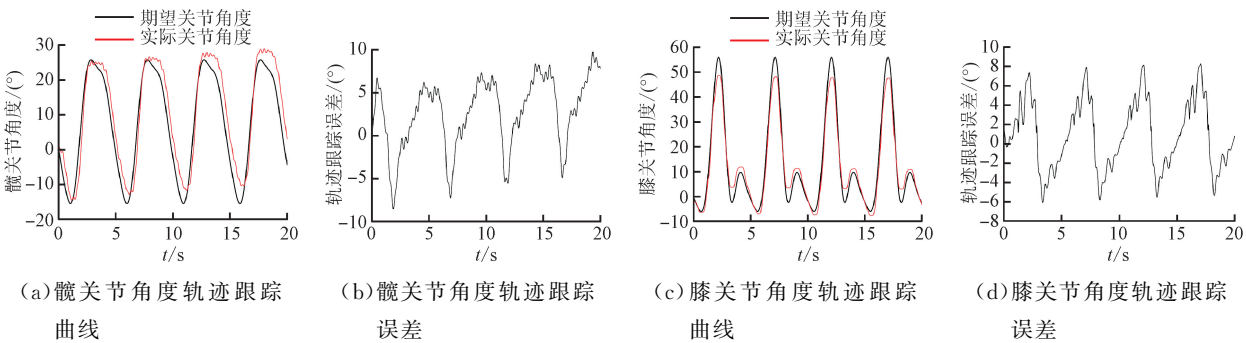


图 8 PID 控制下髋关节与膝关节角度的轨迹跟踪控制实验结果

Fig. 8 Trajectory tracking control experiments for the hip and knee joint angles under PID control

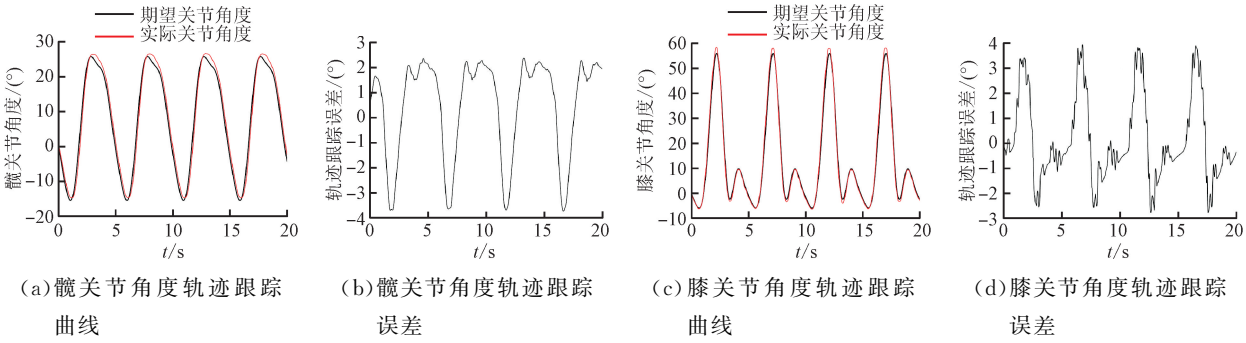


图 9 基于 U-K 控制理论的鲁棒控制下髋关节与膝关节角度的轨迹跟踪控制实验结果

Fig. 9 Trajectory tracking control experiments for the hip and knee joint angles under robust control based on U-K control theory

由图9可见,PID控制下的外骨骼样机髋关节误差范围为 $-8.5^{\circ}\sim 9.4^{\circ}$,膝关节误差范围为 $-6.5^{\circ}\sim 8.2^{\circ}$,误差范围较大,且实际轨迹相对于期望轨迹存在明显的偏移,没有收敛于期望轨迹,其准确性与稳定性均较差。基于U-K控制理论的鲁棒控制下髋关节误差范围为 $-3.7^{\circ}\sim 2.3^{\circ}$,膝关节误差范围为 $-2.8^{\circ}\sim 3.9^{\circ}$,误差主要出现在运动方向发生变化的位置,即轨迹的峰值处,且存在轻微抖动,主要是由于外骨骼机器人运动过程中的惯性与机构间隙导致的。与PID控制相比,本文方法的整体跟踪精度较高,误差曲线偏移较小。证明了基于U-K控制理论的鲁棒控制具有更高的准确性。将两种控制方法的轨迹误差做统计学分析,结果如图10所示。

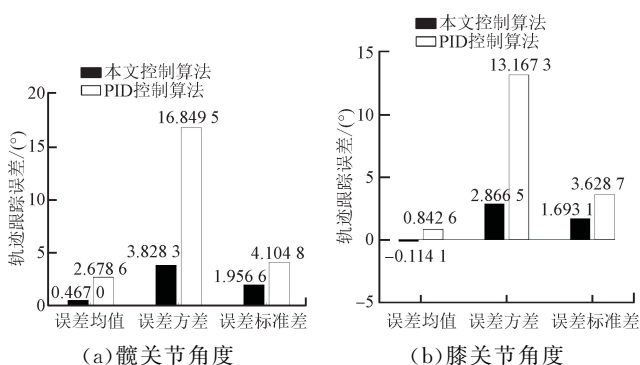


图10 基于本文方法与PID控制算法样机实验的髋关节与膝关节角度的轨迹跟踪误差分析结果

Fig.10 Analysis of trajectory tracking errors for hip and knee joint angles in prototype experiments based on the proposed method and PID control algorithm

基于轨迹跟踪误差得到误差均值、误差标准差、误差方差^[27],其中,以轨迹跟踪误差均值作为跟踪精度的表征指标,在基于U-K控制理论的鲁棒控制下,下肢外骨骼机器人轨迹跟踪精度在髋关节和膝关节处分别为 0.467° 与 0.1141° ,相比PID控制算法的 2.6786° 与 0.8426° ,分别提高了82.57%与86.84%,证明本文方法具有更高的轨迹跟踪精度,本文所提方法的误差标准差分别为 1.9566° 与 1.6931° ,误差方差分别为 3.8283° 与 2.8665° ,而PID控制算法的误差标准差分别为 4.1048° 与 3.6287° ,误差方差分别为 16.8495° 与 13.1673° ,对比可知,本文方法的误差标准差与误差方差均小于PID控制的,证明本文方法具有更好的稳定性。由此证明,在实际应用中,相比传统PID控制,基于U-K方程的鲁棒控制具有更高的准确性与稳定性。

外骨骼运动过程中控制系统延迟对人机协同运动的影响非常重要^[28],为验证本文基于U-K控制理论的鲁棒控制在人机协同方面的控制效果,分别对基于本文控制方法与PID控制算法的延迟指标即系统整体控制周期^[28]进行测量,控制周期包括传感器测量周期、控制算法计算周期、控制信号传递周期。

测量结果表明,基于U-K控制理论的鲁棒控制的外骨骼系统整体控制周期为10.8 ms,延迟较小,基于PID控制下系统控制整体周期为24.9 ms,延迟较大。即基于U-K控制理论的鲁棒控制下的外骨骼运动具有更高的同步性,人机协同效果更好。

5 结 论

针对下肢康复外骨骼机器人高准确性、高稳定性的轨迹跟踪控制要求,本文设计了基于U-K控制理论的鲁棒控制系统,将U-K动力学理论与鲁棒控制理论相结合,基于U-K控制理论计算被控系统的精确约束力以提高轨迹跟踪精度,采用鲁棒控制理论对系统不确定因素输出相应力矩,提高控制系统稳定性。最后以PID控制为对照,开展步态轨迹跟踪控制实验与系统控制延迟对比实验,结果表明,与传统PID控制相比,基于U-K控制理论的鲁棒控制方法具有更高的同步性、控制精度与稳定性。

参考文献:

- [1] 杜海龙, 胡宁宁. 基于人体运动数据的下肢机器人运动学与动力学分析[J]. 机械传动, 2022, 46(3): 128-134.
DU Hailong, HU Ningning. Kinematics and dynamics analysis of lower limb robot based on human motion data [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(3): 128-134.
- [2] 黄锦涛, 李颖, 曾建平. 被动模式下肢外骨骼机器人的步态轨迹跟踪控制[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2020, 59(1): 108-115.
HUANG Jintao, LI Ying, ZENG Jianping. Gait trajectory tracking control for lower extremity exoskeleton robots in passive mode [J]. Journal of Xiamen University(Natural Science), 2020, 59(1): 108-115.
- [3] 张燕, 卢宁. 面向人机交互的下肢外骨骼导纳控制策略[J]. 控制工程, 2022, 29(12): 2309-2315.
ZHANG Yan, LU Ning. Admittance control strategy of lower limb exoskeleton oriented to human-machine interaction [J]. Control Engineering of China, 2022, 29(12): 2309-2315.

- [4] 董润霖, 张小栋, 李瀚哲, 等. 虚拟诱导患者下肢主动运动意图及其脑电精准感知方法 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56(2): 130-138.
DONG Runlin, ZHANG Xiaodong, LI Hanzhe, et al. Virtual induction of patient's lower limb active movement intention and electroencephalogram precise sensing method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(2): 130-138.
- [5] LI Ying, KE Jin, ZENG Jianping. Tracking control for lower limb rehabilitation robots based on polynomial nonlinear uncertain models [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(6): 2186-2204.
- [6] SUN Wei, LIN J W, SU Shunfeng, et al. Reduced adaptive fuzzy decoupling control for lower limb exoskeleton [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1099-1109.
- [7] 牟如强, 李乐, 郑才国. 基于趋近律的下肢外骨骼机器人滑模控制研究 [J]. 传感器与微系统, 2023, 42(8): 18-21.
MOU Ruqiang, LI Le, ZHENG Caiguo. Sliding mode control study of lower limb exoskeleton robot based on reaching law [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2023, 42(8): 18-21.
- [8] 赵子瑞, 陶庆, 杨涛, 等. 基于 DDPG 的下肢康复机器人轨迹跟踪控制 [J]. 机床与液压, 2023, 51(11): 13-19.
ZHAO Zirui, TAO Qing, YANG Tao, et al. Trajectory tracking control of lower limb rehabilitation robot based on DDPG [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2023, 51(11): 13-19.
- [9] 邢文琪, 郭旭东, 肖建如, 等. 下肢外骨骼助行机器人滑模 PD 控制研究 [J]. 中国生物医学工程学报, 2022, 41(5): 621-625.
XING Wenqi, GUO Xudong, XIAO Jianru, et al. Research on sliding mode PD control of lower limb exoskeleton walking aid robot [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2022, 41(5): 621-625.
- [10] SHI Jianzhong. A fractional order general type-2 fuzzy PID controller design algorithm [J]. IEEE Access, 2020, 8: 52151-52172.
- [11] UDWADIA F E, KALABA R E. A new perspective on constrained motion [J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A Mathematical and Physical Sciences, 1992, 439(1906): 407-410.
- [12] UDWADIA F E, KALABA R E. On motion [J]. Journal of the Franklin Institute, 1993, 330(3): 571-577.
- [13] 张佳乐, 赵睿英, 冯艳丽, 等. 基于 Udwadia-Kalaba 理论的自行车机器人平衡控制方法 [J]. 工程科学学报, 2023, 45(2): 318-325.
ZHANG Jiale, ZHAO Ruiying, FENG Yanli, et al. A balance control method for bicycle robots based on Udwadia-Kalaba theory [J]. Chinese Journal of Engineering, 2023, 45(2): 318-325.
- [14] 梁斌, 袁亮, 冉腾, 等. 基于 Udwadia-Kalaba 理论的四足机器人单腿动力学分析 [J]. 机械传动, 2022, 46(12): 1-6.
LIANG Bin, YUAN Liang, RAN Teng, et al. Dynamics analysis of a single leg of quadruped robots based on Udwadia-Kalaba theory [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(12): 1-6.
- [15] 沈亚伟, 赵又群. 基于鲁棒反馈控制理论的路径跟踪控制器设计 [J]. 汽车技术, 2023(7): 47-53.
SHEN Yawei, ZHAO Youqun. Design of path tracking controller based on robust feedback control theory [J]. Automobile Technology, 2023(7): 47-53.
- [16] 沈智达, 杨卫华, 于晋伟. 基于神经网络的不确定移动机器人鲁棒自适应跟踪控制 [J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(7): 89-96.
SHEN Zhida, YANG Weihua, YU Jinwei. Robust adaptive tracking control of uncertain mobile robot based on neural network [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(7): 89-96.
- [17] PENNESTRI E, VALENTINI P P, DE FALCOD. The Moore-Penrose dual generalized inverse matrix with application to kinematic synthesis of spatial linkages [J]. Journal of Mechanical Design, 2018, 140(10): 102303.
- [18] STEVENS B L, LEWIS F L, JOHNSON E N. Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems [M]. 3rd edition. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2015.
- [19] 赵化民, 吕成兴, 陈健. 基于自适应鲁棒的机械臂轨迹跟踪控制 [J]. 计算机仿真, 2023, 40(8): 435-439.
ZHAO Huamin, LÜ Chengxing, CHEN Jian. Adaptive robustness-based trajectory tracking control for manipulator [J]. Computer Simulation, 2023, 40(8): 435-439.
- [20] XIAO Wendong, WANG Guoliang, TIAN Jin, et al. A novel adaptive robust control for trajectory tracking of mobile robot with uncertainties [J]. Journal of Vibration and Control, 2024, 30(5/6): 1313-1325.
- [21] 孙平, 丁雨姗. 全方向康复步行训练机器人具有死区补偿的反步有限时间控制 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(7): 1-8.

- SUN Ping, DING Yushan. Backstepping finite-time control with dead-zone compensation for omnidirectional rehabilitative training walker [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(7): 1-8.
- [22] WINTER D A. Biomechanics and motor control of human movement [M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2009: 63-88.
- [23] 胡进, 侯增广, 陈翼雄, 等. 下肢康复机器人及其交互控制方法 [J]. 自动化学报, 2014, 40(11): 2377-2390.
- HU Jin, HOU Zengguang, CHEN Yixiong, et al. Lower limb rehabilitation robots and interactive control methods [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(11): 2377-2390.
- [24] 李沈炎, 韩亚丽, 陈茹雯, 等. 基于滑模 PID 控制的下肢康复外骨骼控制研究 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2021(3): 98-101.
- LI Shenyan, HAN Yali, CHEN Ruwen, et al. Research on SMC PID control of exoskeleton in lower limb rehabilitation [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2021(3): 98-101.
- [25] 陶永, 兰江波, 刘海涛, 等. 基于滑模和模糊算法相融合的人机协作机器人轨迹跟踪方法 [J]. 机械工程学报, 2022, 58(18): 181-191.
- TAO Yong, LAN Jiangbo, LIU Haitao, et al. Cooperative robot trajectory tracking control method based on the fusion of sliding mode control and fuzzy algorithm [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(18): 181-191.
- [26] 王景楠, 齐向东, 刘丹. 基于 SSA-模糊 PID 的 AUV 姿态控制研究 [J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(5): 144-150.
- WANG Jingnan, QI Xiangdong, LIU Dan. Research on AUV attitude control based on SSA-fuzzy PID [J]. Computer Measurement & Control, 2024, 32(5): 144-150.
- [27] 贾露. 个性化步态轨迹规划及机器人辅助控制研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2022: 53-68.
- [28] 王飞, 晁智强, 张传清, 等. 机器人手臂运动轨迹跟踪变导纳控制仿真 [J]. 计算机仿真, 2018, 35(12): 280-285.
- WANG Fei, CHAO Zhiqiang, ZHANG Chuanqing, et al. Variable admittance control simulation of robot based on trajectory tracking of human arm motion [J]. Computer Simulation, 2018, 35(12): 280-285.

(编辑 武红江)